相对论 Hartree-Fock 理论中 $^{16}_{\Lambda}$O 超核结构的超子耦合强度依赖

丁士缘[1,2]，杨 威[1,2]，陈兆京[1,2]，孙保元[1,2]

(1. 兰州大学教育部稀有同位素前沿科学中心，兰州 730000；
2. 兰州大学核科学与技术学院，兰州 730000)

摘要：超核物理研究为揭示重子—重子相互作用的核介质中特性，以及理解原子核与中子星内部结构提供了关键信息。基于密度依赖的相对论 Hartree-Fock（RHF）理论，拟合单 Λ 超核中超子分离能实验数据得到模型中 ΛN 有效相互作用。交换项的引入改变了超子道中有效核力的动力学平衡，导致不同于相对论平均场模型的介子—超子耦合强度，进而影响超子自旋—轨道劈裂的描述。考虑到模型中有效核力取值的不确定性，进一步研究了单 Λ 超核的粗块及单粒子性质对于超子耦合强度的依赖，探索约束其取值范围的可能方法。具体以 $^{16}_{\Lambda}$O 超核为例，通过改变同位旋标量道超子耦合强度，系统分析了超核能量泛函中核介质与交换项效应。结果显示，超子自旋—轨道劈裂、Dirac 有效质量以及超核特征半径等与超子耦合强度比值可能存在一定的线性关联。因此，通过实验或理论对这些物理量做出约束，有望对核介质中超子相关的有效核力给出更强的限制。

关键词：单 Λ 超核；超子—核子相互作用；协变密度泛函；交换项

中图分类号：O571.21　　**文献标志码：**A　　**DOI：**

1 引言

原子核中包含超子形成超核，其结构和反应特性帮助理解超子—核子（YN）与超子—超子（YY）相互作用，其特殊的量子效应又为揭示原子核内部结构提供了理想探针[1-3]。同时，超核相关研究对于约束致密物质状态方程，以及揭示中子星结构物理至关重要[4-6]。作为具有最小奇异数的超核体系，单 Λ 超核相关实验已在世界主要的放射性核束装置中有效开展，在不同质量区获得了包括 Λ 分离能等性质的丰富实验数据[7-9]，为进一步揭示不同密度、同位旋条件下核力介质特性提供了可能。

利用实验提供的信息，理论上基于现实或有效的 YN 与 YY 相互作用，发展了结团模型、壳模型以及密度泛函等理论模型来实现超核结构的描述。其中，基于核力介子交换或点耦合图像发展的协变密度泛函（CDF）理论[10]，自然包含了自旋—轨道相互作用，在广泛应用于有限核与核物质研究的同时，也有效拓展用于探索超核相关物理[11-16]。为了再现实验上较小的 Λ 超子自旋—轨道劈裂，在 CDF 模型中一般还需引入 $\omega-\Lambda$ 张量耦合，引起模型在单粒子性质描述方面的不确定性[17-19]。另一方面，超子对于核物质高密度状态方程的软化效应也在中子星最大质量的理论预测中产生困难[9]。因此，在理论上更细致考虑核力在不同核介质中的表现，并优化核多体模型在粗块与单粒子性质方面的自洽描述，有助于减小模型不确定度，更准确揭示超核与中子星相关物理。

收稿日期：　　**修改日期：**

基金项目：中央高校基本科研业务费专项资金 (lzujbky-2022-sp02，lzujbky-2023-stlt01)；国家自然科学基金资助项目 (11875152，12275111)；中国科学院战略性先导科技专项资助 (XDB34000000)

作者简介：丁士缘 (1996–)，男，安徽安庆人，粒子物理与原子核物理专业博士研究生；E-mail: 120220904481@lzu.edu.cn

通信作者：E-mail: sunby@lzu.edu.cn

参考微观的 Dirac Brueckner-Hartree-Fock 理论计算，通过引入密度依赖形式的介子—核子耦合强度，协变密度泛函理论实现了核力介质效应的唯象描述[20-21]。进一步考虑交换项（即 Fock 项）贡献，非局域自能、π 介子交换以及核力的张量力成分等作用得以自洽包含[22-26]。相应发展了密度依赖的相对论 Hartree-Fock（RHF）模型，发现引入的交换项在原子核结构与核物质性质诸多方面产生重要作用，例如壳结构演化[27-28]、激发和衰变模式[29-30]、奇特核中的晕现象[31]、核物质对称能[13,32] 以及核子有效质量[22,33] 等。

研究发现，密度依赖的 RHF 模型引入更多的介子—核子耦合道以及耦合强度的密度依赖性显著改变了核介质中核力的吸引与排斥平衡特征，其动力学行为在核子自旋—轨道劈裂、赝自旋对称性恢复以及热核物质液气相变等方面均产生影响[34-36]。受此启发而发展的新的有效核力 DD-LZ1，首次在相对论平均场（RMF）理论框架下解决了 $Z = 58$ 和 92 假壳这一共性问题[21]，也在中子星壳层物理等方面得到应用[37]。最近，RHF 模型已成功拓展到单 Λ 超核结构的研究中[38]。由于单 Λ 超核中只包含一个超子，有效核力在超子道的吸引与排斥平衡相较于核子道发生戏剧性改变。交换项效应压制了 RHF 模型中 σ-Λ 耦合强度 $g_{\sigma\Lambda}$，相较于 RMF 模型给出更小的 Λ 自旋—轨道劈裂，表明 Fock 项在决定超核相关性质中的重要作用。

研究发现，超核的粗块与单粒子性质还敏感依赖于超子相关耦合强度的取值，特别影响模型中超子自旋—轨道劈裂与经验值的符合程度[38]。当前，基于超核（超子）相关的结构（散射）实验仍难以有效约束 CDF 理论中介子—超子耦合强度的取值范围。基于贝叶斯分析，近期尝试通过中子星观测数据对其中关键的同位旋标量道耦合强度比值（$R_\sigma \equiv g_{\sigma\Lambda}/g_{\sigma N}$ 和 $R_\omega \equiv g_{\omega\Lambda}/g_{\omega N}$）作出约束[39]。另外，为了合理描述超核性质，在 RMF 框架下还发现 R_σ 与 R_ω 间可能存在一定的线性关联[16,40]。尽管如此，介质中超子耦合强度的取值范围仍难以缩小或明确。由于交换项的引入，RHF 模型中核力平衡机制将进一步影响超核结构性质，其在不同介子—超子耦合强度下的表现也可能区别于 RMF 模型的结果。鉴于此，本文将简要总结单 Λ 超核结构的 RHF 理论基本框架，给出超子道中的 RHF 有效核力。具体地，将以球形 $^{16}_{\Lambda}$O 超核为例，分析超核粗块与单粒子性质随超子耦合强度的演化行为，探索其中可能的关联并揭示交换项相关物理。

2 理论框架

首先简要给出 Λ 超核的相对论 Hartree-Fock 理论，具体细节可参考文献[38]。基于核力的介子交换图像，Λ 超核的拉格朗日量密度的基本构成包括重子场（ψ_B）——核子（ψ_N）和超子（ψ_Λ），同位旋标量 σ 和 ω^μ 介子场，同位旋矢量 $\vec{\rho}^\mu$ 和 $\vec{\pi}$ 介子场，以及光子场 A^μ 等自由度。描述 Λ 超核的完整拉格朗日量密度可以表示为

$$
\begin{aligned}
\mathscr{L} = &\sum_B \bar{\psi}_B \left(i\gamma^\mu \partial_\mu - M_B - g_{\sigma B}\sigma - g_{\omega B}\gamma^\mu \omega_\mu\right) \psi_B \\
&+ \frac{1}{2}\partial^\mu \sigma \partial_\mu \sigma - \frac{1}{2}m_\sigma^2 \sigma^2 - \frac{1}{4}\Omega^{\mu\nu}\Omega_{\mu\nu} + \frac{1}{2}m_\omega^2 \omega^\mu \omega_\mu \\
&- \frac{1}{4}\vec{R}^{\mu\nu}\cdot\vec{R}_{\mu\nu} + \frac{1}{2}m_\rho^2 \vec{\rho}^\mu \cdot \vec{\rho}_\mu + \frac{1}{2}\partial^\mu \vec{\pi}\cdot\partial_\mu \vec{\pi} - \frac{1}{2}m_\pi^2 \vec{\pi}\cdot\vec{\pi} \\
&+ \bar{\psi}_N \left(-g_{\rho N}\gamma^\mu \vec{\tau}\cdot\vec{\rho}_\mu - \frac{f_{\pi N}}{m_\pi}\gamma_5 \gamma^\mu \partial_\mu \vec{\pi}\cdot\vec{\tau}\right)\psi_N \\
&- \bar{\psi}_N e\gamma^\mu \frac{1-\tau_3}{2} A_\mu \psi_N - \frac{1}{4}F^{\mu\nu}F_{\mu\nu}.
\end{aligned} \tag{1}
$$

其中指标 B（B'）表示不同的重子（核子 N 或超子 Λ）。M_B 和 m_ϕ 为重子和介子（$\phi = \sigma, \omega^\mu, \vec{\rho}^\mu, \vec{\pi}$）的质量，而 $\Omega^{\mu\nu}$、$\vec{R}^{\mu\nu}$ 和 $F^{\mu\nu}$ 对应矢量介子 ω^μ、$\vec{\rho}^\mu$ 和光子 A^μ 场张量。Λ 超子是同位旋为零的电中性粒子，在单 Λ 超核中通过同位旋标量介子产生相互作用。在密度依赖的 RHF 理论中，耦合强度 $g_{\phi B}$（$g_{\phi N}$）是重子密度的函数，以唯象引入核介质相关效应[22]。另外，介子及光子场算符 $\varphi(x)$（$\varphi = \sigma, \omega^\mu, \vec{\rho}^\mu, \vec{\pi}, A^\mu$）可以写成以下形式：

$$
\varphi(x) = \pm \sum_{B'} \int dx' \bar{\psi}_{B'}(x')\psi_{B'}(x')\mathscr{G}_{\varphi B'}(x')D_\varphi(x, x'). \tag{2}
$$

当 $\varphi = \sigma, \vec{\pi}$ 时取负号，$\varphi = \omega^\mu, \vec{\rho}^\mu, A^\mu$ 取正号。x 为四维矢量 $(t, \boldsymbol{x})$。可定义各介子（光子）—核子（超子）耦合道的相互作用顶点 $\mathscr{G}_{\varphi B}(x)$。对于同位旋标量 σ 和 ω 介子，其表示为

$$\mathscr{G}_{\sigma B}(x) = +\, g_{\sigma B}(x), \tag{3a}$$

$$\mathscr{G}^\mu_{\omega B}(x) = +\, g_{\omega B}(x)\gamma^\mu. \tag{3b}$$

显然，核子与 Λ 超子均对同位旋标量介子场产生贡献。对于同位旋矢量介子及光子场，则仅与核子相互作用。

$$\mathscr{G}^\mu_{\rho N}(x) = +\, g_{\rho N}(x)\gamma^\mu \vec{\tau}, \tag{4a}$$

$$\mathscr{G}_{\pi N}(x) = +\, \frac{f_{\pi N}(x)}{m_\pi}\gamma_5\gamma^\nu \vec{\tau}\partial_\nu(x), \tag{4b}$$

$$\mathscr{G}^\mu_{AN}(x) = +\, e\gamma^\mu \frac{1-\tau_3}{2}. \tag{4c}$$

从(1)式中的拉格朗日量密度 $\mathscr{L}$ 出发，通过广义 Legendre 变换得到 Λ 超核的有效哈密顿量算符，

$$\hat{H} \equiv \hat{T} + \sum_\varphi \hat{V}_\varphi = \int dx \sum_B \bar{\psi}_B(x)(-i\boldsymbol{\gamma}\cdot\boldsymbol{\nabla} + M_B)\psi_B(x) + \frac{1}{2}\int dx \sum_B \sum_\varphi \bar{\psi}_B(x)\psi_B(x)\mathscr{G}_{\varphi B}(x)\varphi(x), \tag{5}$$

其中 $\hat{T}$ 和 $\hat{V}_\varphi$ 分别表示动能及势能算符。忽略延迟效应后，介子（光子）传播子 D_ϕ（D_A）可以表示为

$$D_\phi(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{x}') = \frac{1}{4\pi}\frac{e^{-m_\phi|\boldsymbol{x}-\boldsymbol{x}'|}}{|\boldsymbol{x}-\boldsymbol{x}'|}, \quad D_A(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{x}') = \frac{1}{4\pi}\frac{1}{|\boldsymbol{x}-\boldsymbol{x}'|}. \tag{6}$$

将介子或光子场算符 $\varphi(x)$ 代入(5)式，给出势能算符 $\hat{V}_\varphi$ 的具体形式。以 σ 介子场为例，$\hat{V}_\sigma$ 可写为

$$\hat{V}_\sigma = -\frac{1}{2}\sum_{BB'}\iint d\boldsymbol{x}d\boldsymbol{x}' \left[\bar{\psi}_B \mathscr{G}_{\sigma B}\psi_B\right]_{\boldsymbol{x}} D_\sigma(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{x}') \left[\bar{\psi}_{B'}\mathscr{G}_{\sigma B'}\psi_{B'}\right]_{\boldsymbol{x}'}. \tag{7}$$

对于同位旋标量介子，指标 BB' 不仅考虑 NN 相互作用，还包含 $N\Lambda$ 和 $\Lambda\Lambda$ 相互作用。对于其他介子及光子，则只包含 NN 道的贡献。

采用无海近似后，重子场算符 ψ_B 可按照正能解形式展开

$$\psi_B(x) = \sum_i f_i(\boldsymbol{x})e^{-i\epsilon_i t}c_i. \tag{8}$$

其中 f_i 为 Dirac 旋量，c_i 是态 i 的消灭算符。相应的，取哈密顿量算符相对于 Hartree-Fock 基态 $|\Phi_0\rangle$ 的期待值可以得到超核系统的能量泛函 E，

$$E = \langle \Phi_0|\hat{H}|\Phi_0\rangle = \langle \Phi_0|\hat{T}|\Phi_0\rangle + \sum_\varphi \langle \Phi_0|\hat{V}_\varphi|\Phi_0\rangle. \tag{9}$$

为了描述球对称的 Λ 超核，可在球坐标（r, ϑ, φ）下对(8)式中的核子或超子 Dirac 旋量 $f_i(\boldsymbol{x})$ 做展开：

$$f_{n\kappa m}(\boldsymbol{x}) = \frac{1}{r}\begin{pmatrix} iG_a(r)\Omega_{\kappa m}(\vartheta, \varphi) \\ F_a(r)\Omega_{-\kappa m}(\vartheta, \varphi)\end{pmatrix}, \tag{10}$$

其中，主量子数 n，总角动量 j 及其投影 m，以及宇称 $\pi = (-1)^l$（l 是轨道角动量）构成好量子数完全集。定义 κ 统一表示总角动量 j 和宇称 π，即 $\kappa = \pm(j+1/2)$ 和 $\pi = (-1)^\kappa \mathrm{sign}(\kappa)$。指标 a 简写量子数集合 $(n\kappa) = (njl)$，$\Omega_{\kappa m}$ 为球谐旋量。相应地，传播子可利用球贝塞尔函数和球谐函数进行展开

$$D_\phi(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{x}') = \sum_{L=0}^{\infty}\sum_{M=-L}^{L}(-1)^M R^\phi_{LL}(r, r')\, Y_{LM}(\boldsymbol{\Omega})\, Y_{L-M}(\boldsymbol{\Omega}'), \tag{11}$$

其中 $\boldsymbol{\Omega} = (\vartheta, \varphi)$，$R_{LL}$ 包含修正贝塞尔函数 I 和 K[23,38]。

在球对称性限制下，通过 Dirac 旋量和传播子可以导出超核能量泛函各成分。其中，动能可以表示为

$$E_{\text{kin,B}} = \int dr \sum_a \hat{j}_{a,B}^2 \begin{pmatrix} G_{a,B} & F_{a,B} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -\frac{d}{dr}F_{a,B} + \frac{\kappa_{a,B}}{r}F_{a,B} + M_B G_{a,B} \\ +\frac{d}{dr}G_{a,B} + \frac{\kappa_{a,B}}{r}G_{a,B} - M_B F_{a,B} \end{pmatrix} - A_B M_B, \tag{12}$$

这里 $\hat{j}_{a,B}^2 = 2j_{a,B}+1$。$\Lambda$ 超子通过 σ 和 ω 介子传递相互作用，在同位旋标量道势能中带来额外贡献。在 RHF 理论中，可以将其分为直接项和交换项，其中的直接项为

$$E_{\sigma,B}^{D} = 2\pi \int r^2 dr \rho_{s,B}(r) \Sigma_{S,B}^{\sigma}(r), \tag{13a}$$

$$E_{\omega,B}^{D} = 2\pi \int r^2 dr \rho_{b,B}(r) \Sigma_{0,B}^{\omega}(r). \tag{13b}$$

这里 $\rho_{s,B}$ 和 $\rho_{b,B}$ 分别定义标量密度和重子密度，总重子密度为 $\rho_b = \rho_{b,N} + \rho_{b,\Lambda}$。相应地，$\Sigma_{S,B}$ 和 $\Sigma_{0,B}$ 分别给出核子（超子）的标量和矢量自能。对于能量泛函中交换项势能，一般写为

$$E_{\phi,B}^{E} = \frac{1}{2} \int dr dr' \sum_a \frac{\hat{j}_{a,B}^2}{4\pi} \begin{pmatrix} G_{a,B} & F_{a,B} \end{pmatrix}_r \begin{pmatrix} Y_{G_{a,B}}^{\phi} & Y_{F_{a,B}}^{\phi} \\ X_{G_{a,B}}^{\phi} & X_{F_{a,B}}^{\phi} \end{pmatrix}_{r,r'} \begin{pmatrix} G_{a,B} \\ F_{a,B} \end{pmatrix}_{r'}. \tag{14}$$

其中非局域自能 Y_G、Y_F、X_G 和 X_F 的形式可参考文献[38]。

核子或超子单粒子能级需要通过求解 Dirac 方程确定。在球形 Λ 超核的 RHF 理论中，径向 Dirac 方程，即相对论 Hartree-Fock 方程形式如下

$$\varepsilon_{a,B} \begin{pmatrix} G_{a,B}(r) \\ F_{a,B}(r) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Sigma_{+}^{B}(r) & -\dfrac{d}{dr} + \dfrac{\kappa_{a,B}}{r} \\ \dfrac{d}{dr} + \dfrac{\kappa_{a,B}}{r} & -\left[2M_B - \Sigma_{-}^{B}(r)\right] \end{pmatrix} \begin{pmatrix} G_{a,B}(r) \\ F_{a,B}(r) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} Y_{a,B}(r) \\ X_{a,B}(r) \end{pmatrix}, \tag{15}$$

其中，局域自能 $\Sigma_{\pm}^{B} = \Sigma_{0,B} \pm \Sigma_{S,B}$，$X_{a,B}$ 和 $Y_{a,B}$ 为总的非局域自能[31,41]。由于相互作用形式是密度依赖的，$\Sigma_{0,B}$ 中包含来自重排项的贡献 Σ_R。

3 结果与讨论

为了定量研究超子耦合强度的改变对于单 Λ 超核结构性质的影响，基于密度依赖的 RHF 理论，已通过拟合单 Λ 超核中超子分离能实验数据得到了系列 ΛN 有效相互作用[38]。具体地，通过对 $^{16}_{\Lambda}$O、$^{40}_{\Lambda}$Ca 和 $^{208}_{\Lambda}$Pb 超子分离能理论计算与实验值之间的均方根偏差做最小化拟合，得到了不同介子—超子与介子—核子耦合强度比值 R_ω 的取值下的 RHF 有效相互作用 PKO1-Λx、PKO2-Λx、PKO3-Λx 和 RMF 有效相互作用 PKDD-Λx。其中，超子分离能 B_Λ 及均方根偏差 Δ 定义如下：

$$B_\Lambda({}^{A}_{\Lambda}Z) = E({}^{A-1}Z) - E({}^{A}_{\Lambda}Z), \tag{16a}$$

$$\Delta \equiv \sqrt{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(B_{\Lambda,i}^{\text{exp.}} - B_{\Lambda,i}^{\text{cal.}})^2}. \tag{16b}$$

结果如表1所示。可以看出，当 R_ω 小于 0.400 时，三组 RHF 有效相互作用中 R_σ 取值普遍大于 RMF 有效相互作用 PKDD-Λx 的结果。由于 RHF 模型中 R_σ 随 R_ω 的演化相较于 RMF 模型较为平缓，RHF 模型在 $R_\omega = 0.400$ 左右得到与 RMF 模型相当的 R_σ。随着 R_ω 的进一步增大，RHF 模型将给出相对更小的 R_σ。此外，对于两种均方根偏差 Δ_1（仅 $^{16}_{\Lambda}$O 的理论与实验偏差）与 Δ_2（一系列超核的理论与实验偏差），其值在 R_ω 一定范围内相对较小，而在 R_ω 较大或较小时偏差较大。

为了阐明 RHF 模型显著不同于 RMF 模型的介子—超子耦合强度的原因，可从介质中核力的动力学平衡角度来理解。以 $^{16}_{\Lambda}$O 超核为例，利用各种 CDF 有效相互作用（包括 RMF 的 DD-ME2-Yi $(i=1,2,3)$[16]）可计算得到超核中核子与超子势能贡献，如图1所示。由于 RMF 模型仅含 Hartree 项，其交换项无贡献。而对于 RHF

表 1　在不同的介子—超子与介子—核子耦合强度比值 R_ω 下，拟合 $^{16}_{\Lambda}$O、$^{40}_{\Lambda}$Ca 和 $^{208}_{\Lambda}$Pb 超子分离能实验值得到的系列 CDF 有效相互作用[9]。其中 Δ_1 表示 $^{16}_{\Lambda}$O 超子分离能的均方根偏差，Δ_2 表示针对系列超核 $^{12}_{\Lambda}$C、$^{13}_{\Lambda}$C、$^{16}_{\Lambda}$O、$^{28}_{\Lambda}$Si、$^{40}_{\Lambda}$Ca、$^{51}_{\Lambda}$V、$^{89}_{\Lambda}$Y、$^{139}_{\Lambda}$La、$^{208}_{\Lambda}$Pb 的均方根偏差。

	R_ω	0.200	0.300	0.400	0.500	0.600	0.666	0.700	0.800	0.900
	R_σ	0.262	0.334	0.405	0.477	0.549	0.596	0.621	0.692	0.764
PKO1-Λx	Δ_1	0.851	0.601	0.357	0.121	0.107	0.254	0.328	0.539	0.642
	Δ_2	1.610	1.335	1.088	0.877	0.715	0.646	0.623	0.615	0.681
	R_σ	0.263	0.334	0.404	0.474	0.545	0.591	0.614	0.685	0.755
PKO2-Λx	Δ_1	0.933	0.694	0.458	0.228	0.046	0.144	0.252	0.436	0.647
	Δ_2	1.480	1.245	1.049	0.904	0.858	0.802	0.779	0.849	0.940
	R_σ	0.259	0.331	0.403	0.475	0.546	0.594	0.618	0.690	0.762
PKO3-Λx	Δ_1	0.491	0.250	0.013	0.221	0.450	0.598	0.673	0.889	1.096
	Δ_2	1.760	1.536	1.348	1.227	1.133	1.100	1.093	1.103	1.155
	R_σ	0.241	0.322	0.403	0.485	0.566	0.620	0.647	0.729	0.810
PKDD-Λx	Δ_1	0.969	0.799	0.615	0.421	0.219	0.083	0.012	0.194	0.401
	Δ_2	1.099	0.992	0.884	0.781	0.690	0.641	0.622	0.588	0.614

模型，其势能则由直接项与交换项贡献的竞争来决定。由于在单 Λ 超核中仅包含一个超子，超子交换引起的贡献要显著弱于核子之间交换的结果。为了在超子道中重新达到新的核力平衡，自然要求 RHF 中介子—超子耦合强度发生改变[38]。从图1还可以发现，无论对于核子或超子，直接项贡献都呈现主导地位，且总势能贡献随 R_ω 增大逐渐减小，而核子势能的直接项、交换项以及超子势能的直接项贡献随 R_ω 均表现出一定的线性关联行为。

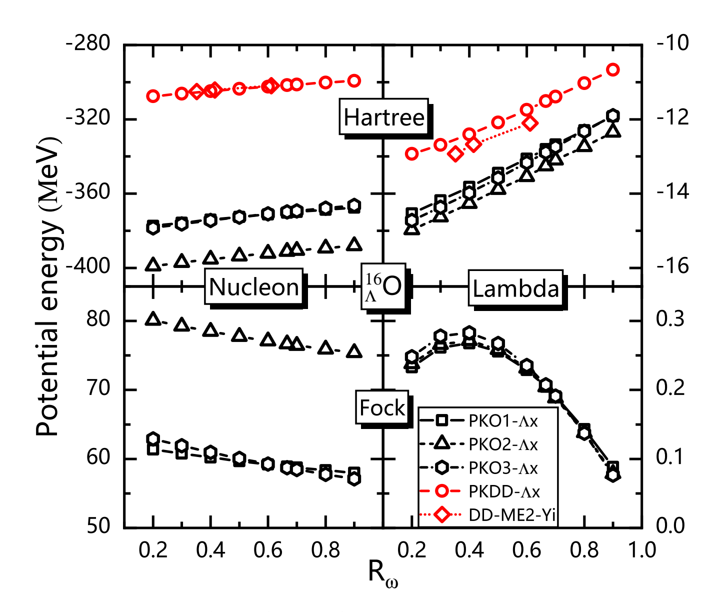


图 1　(在线彩图) 采用不同 CDF 有效相互作用给出的核子、超子的直接项与交换项势能随耦合强度比值 R_ω 的变化。

为了更清晰地显示 RHF 理论中超子不同于核子的动力学平衡机制，可定义同位旋标量道的交换项与直接

项能量泛函的比值 $\chi \equiv \left|\frac{E_\sigma^E+E_\omega^E}{E_\sigma^D+E_\omega^D}\right|$，其在核子与超子情形下的值随 R_ω 的变化如图2所示。发现对于 χ_N，其值随 R_ω 增大而逐渐降低，但 χ_Λ 则随着 R_ω 增大先上升后减小，并在 $R_\omega = 0.400$ 左右达到峰值。结果表明，单个 Λ 超子在超核中产生的交换项贡献可能存在上限，对于 $^{16}_{\Lambda}$O 超核 χ_Λ 约为 2% 左右。由(14)式可知，该贡献与介子—超子耦合强度相关。从表1可见，R_σ 与 R_ω 的相对强弱在 $R_\omega = 0.400$ 发生了反转，两者贡献之间排斥与吸引的平衡导致了图1中超子势能交换项以及图2中超子比值 χ_Λ 产生了上述“饱和”现象。事实上，不同于交换项贡献，超子势能的直接项部分尽管也与介子—超子耦合强度相关，但其贡献来自于 ΛN 和 $\Lambda\Lambda$ 两部分。由于仅含一个超子，$\Lambda\Lambda$ 贡献中的类似反转行为最终被 ΛN 的主要贡献所掩盖。

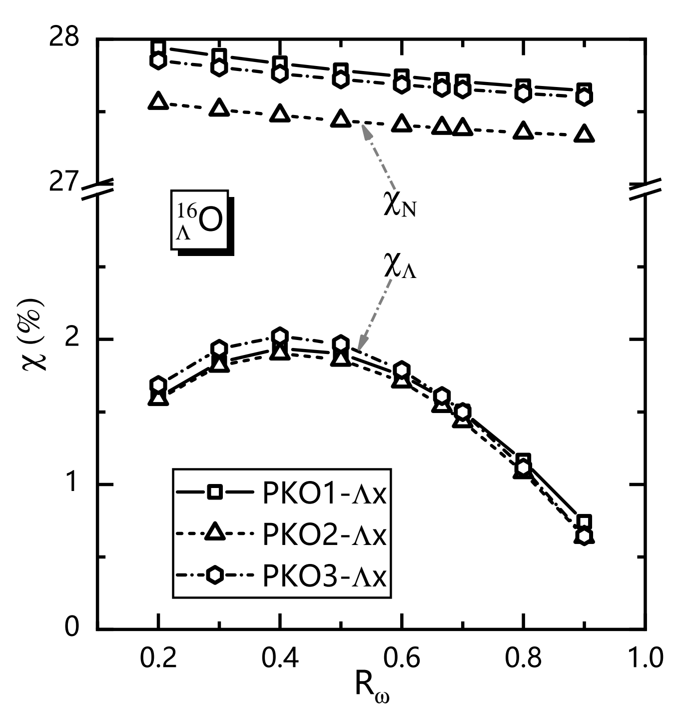


图 2 (在线彩图) 采用 RHF 有效相互作用 PKO1-Λx、PKO2-Λx 和 PKO3-Λx 计算的 $^{16}_{\Lambda}$O 超核中核子与超子道交换项与直接项能量泛函比值 χ 随 R_ω 的变化。

RHF 相较于 RMF 在核力的动力学平衡方面的不同处理，不仅对于超核的粗块性质，也对其单粒子特性产生影响。对于 $^{16}_{\Lambda}$O，不同 R_ω 取值下超子的自旋—轨道劈裂也相应发生改变[38]。表2给出了各有效核力计算的超子 1p 伙伴态的自旋—轨道劈裂 ΔE^{Λ}_{SO}。其中，基于 RMF 有效相互作用 DD-ME2-Yi 计算得到的 ΔE^{Λ}_{SO} 分别为 0.841 MeV、0.969 MeV 及 1.398 MeV。对于所选取的 CDF 有效相互作用，随着 R_ω 的减小，理论预测的超子自旋—轨道劈裂也逐渐减小。相比于 RMF 模型，RHF 模型始终给出更小的自旋—轨道劈裂，两组模型理论预测的差异随着 R_ω 的降低逐渐减小。

表 2 $^{16}_{\Lambda}$O 超核中超子 1p 伙伴态自旋—轨道劈裂 ΔE^{Λ}_{SO} 随 R_ω 的变化，结果采用有效相互作用 PKO1-Λx、PKO2-Λx、PKO3-Λx 以及 PKDD-Λx 计算得到。

$^{16}_{\Lambda}$O	R_ω	0.200	0.300	0.400	0.500	0.600	0.666	0.700	0.800	0.900
ΔE^{Λ}_{SO}	PKO1-Λx	0.426	0.573	0.720	0.868	1.015	1.111	1.161	1.305	1.447
	PKO2-Λx	0.438	0.585	0.733	0.882	1.033	1.127	1.174	1.322	1.464
	PKO3-Λx	0.427	0.575	0.722	0.868	1.011	1.105	1.152	1.290	1.424
	PKDD-Λx	0.525	0.742	0.959	1.176	1.390	1.528	1.599	1.801	1.994

针对两组 CDF 模型预测的超子自旋—轨道劈裂，为了理解其产生显著差异的原因以及其中的交换项效应，可以从超子 Dirac 有效质量 $M_{\Lambda}^{\star} = M_{\Lambda} + \Sigma_{S,\Lambda}(p)$ 来深入分析。在含稀薄超子的核物质中，计算给出 $M_{\Lambda}^{\star}/M_{\Lambda}$ 随耦合强度比值 R_{ω} 的变化，在重子密度 $\rho_b = 0.15\ \mathrm{fm}^{-3}$ 时的结果如图3所示。为了后期应用于中子星状态方程的研究中，计算采用了 β 平衡条件来约束核物质的不对称度。可以看到，在所选取的 CDF 有效相互作用中

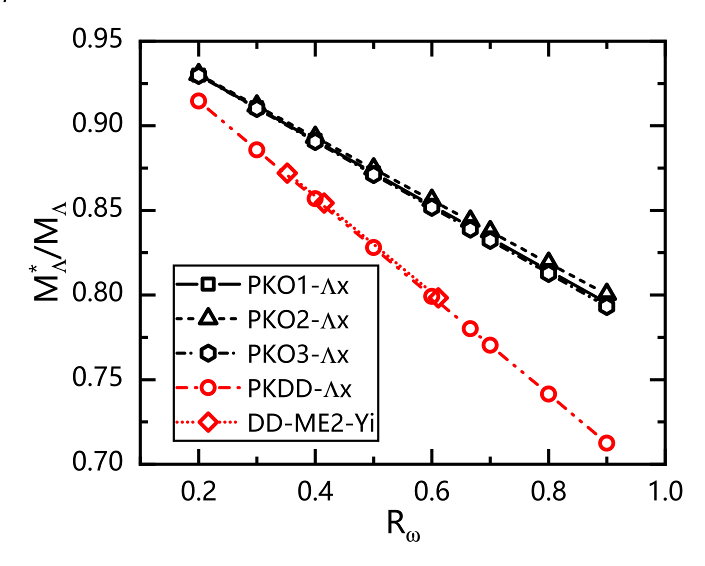


图 3 (在线彩图) 含超子核物质中超子 $M_{\Lambda}^{\star}/M_{\Lambda}$ 随矢量耦合强度比值 R_{ω} 的变化，结果基于 RHF 有效拉氏量 PKO1-Λx，PKO2-Λx，PKO3-Λx 以及 RMF 有效拉氏量 PKDD-Λx，DD-ME2-Yi 计算得到。

$M_{\Lambda}^{\star}/M_{\Lambda}$ 均表现出与 R_{ω} 强的线性相关性。相较于 RMF 模型，RHF 系统地给出更大的 $M_{\Lambda}^{\star}/M_{\Lambda}$，相应预测了更小的超子自旋—轨道劈裂。从图中还可以发现，两组模型间的差异随着 R_{ω} 的增大而逐渐增大，可以很好地解释表2中超子自旋—轨道劈裂的演化趋势。

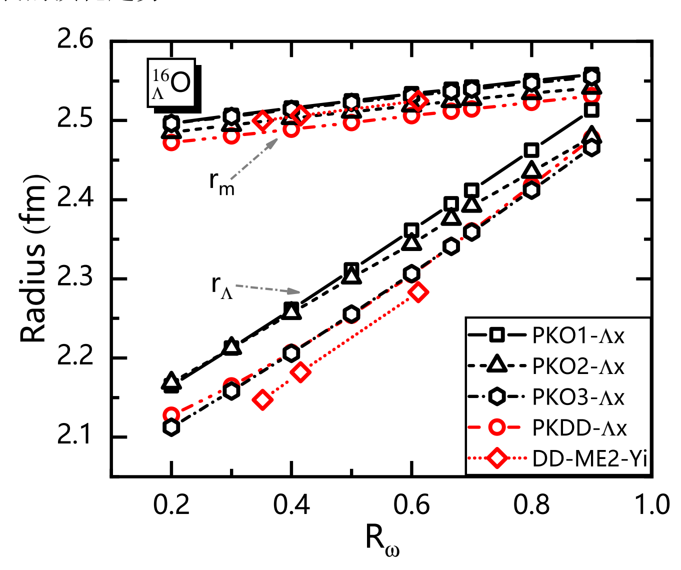


图 4 (在线彩图) 采用 RHF 有效相互作用 PKO1-Λx，PKO2-Λx，PKO3-Λx（黑色）以及 RMF 有效相互作用 PKDD-Λx，DD-ME2-Yi（红色）计算给出的 $^{16}_{\Lambda}$O 超核物质半径及 Λ 超子半径随矢量耦合强度比值 R_{ω} 的变化。

最后，还可以对 $^{16}_{\Lambda}$O 超核的特征半径做类似分析，其物质半径 r_m 和超子半径 r_{Λ} 随 R_{ω} 的变化如图4所示。可以看到，对于所选取的 CDF 有效相互作用，计算得到的物质半径及超子半径也与 R_{ω} 产生一定的线性相关性。这与图1中核子及超子势能随 R_{ω} 的改变表现出的线性相关行为以及演化趋势相一致。具体地，物质半径在一定程度上与原子核的势能贡献相关，势能减弱一定程度上对应于核子或超子感受其周围粒子的吸引变弱，

超核物质半径相应增大。通过以上分析，揭示出超核的粗块与单粒子性质，以及核物质中超子有效质量等均可能与超子耦合强度产生关联。因此，通过实验或理论对这些物理量做出约束，有望对核介质中超子相关的有效核力给出更强的限制。

4 结论

本文在密度依赖的相对论 Hartree-Fock 理论框架下，采用 RHF 有效核力 PKO1-Λx、PKO2-Λx、PKO3-Λx 以及 RMF 有效核力 PKDD-Λx 与 DD-ME2-Yi 研究了超核基态性质，包括介质中核力的动力学平衡、能量泛函中交换项贡献等，并以 $^{16}_{\Lambda}$O 超核为例重点分析了结果随耦合强度比值 R_ω 的依赖行为。发现交换项在超子道中贡献相对较弱，导致不同于核子道的动力学平衡机制，从而影响其介子—超子耦合强度的取值，在超子自旋—轨道劈裂等方面产生显著不同于 RMF 模型的结果。随着 R_ω 的改变，系统分析超核能量泛函中核介质与交换项效应，发现超子自旋—轨道劈裂、Dirac 有效质量、超核特征半径等均与 R_ω 存在一定的线性相关性。此外，发现 R_σ 与 R_ω 的相对强弱在 $R_\omega = 0.400$ 前后发生反转，两者贡献之间排斥与吸引的竞争可能导致超子势能交换项贡献以及超子贡献比值 χ_Λ 在单 Λ 超核中存在可能的取值上限。当前研究证实了 Fock 项效应在单 Λ 超核结构描述中的重要作用。基于研究揭示的超核各物理量之间可能的关联，未来可考虑实验或理论方面的更多约束，更深入揭示核介质中 Λ 超子相关的核力特性。

参考文献

[1] YAMAMOTO Y, MOTOBA T, HIMENO H, et al. Progress of Theoretical Physics Supplement, 1994, 117: 361. DOI: 10.1143/ptp.117.361.

[2] GIBSON B F, HUNGERFORD E V. Physics Reports, 1995, 257(6): 349. DOI: https://doi.org/10.1016/0370-1573(94)00114-I.

[3] EPELBAUM E, HAMMER H W, MEIßNER U G. Rev Mod Phys, 2009, 81: 1773. DOI: 10.1103/RevModPhys.81.1773.

[4] PRAKASH M, BOMBACI I, PRAKASH M, et al. Physics Reports, 1997, 280(1): 1. DOI: https://doi.org/10.1016/S0370-1573(96)00023-3.

[5] TOLOS L, FABBIETTI L. Progress in Particle and Nuclear Physics, 2020, 112: 103770. DOI: https://doi.org/10.1016/j.ppnp.2020.103770.

[6] BURGIO G F, SCHULZE H J, VIDAÑA I, et al. Progress in Particle and Nuclear Physics, 2021, 120: 103879. DOI: https://doi.org/10.1016/j.ppnp.2021.103879.

[7] HASHIMOTO O, TAMURA H. Progress in Particle and Nuclear Physics, 2006, 57(2): 564. DOI: https://doi.org/10.1016/j.ppnp.2005.07.001.

[8] FELICIELLO A, NAGAE T. Reports on Progress in Physics, 2015, 78(9): 096301. DOI: 10.1088/0034-4885/78/9/096301.

[9] GAL A, HUNGERFORD E V, MILLENER D J. Rev Mod Phys, 2016, 88: 035004. DOI: 10.1103/RevModPhys.88.035004.

[10] MENG J. Relativistic density functional for nuclear structure[M/OL]. WORLD SCIENTIFIC, 2016. DOI: 10.1142/9872.

[11] MAREŠ J, JENNINGS B K. Phys Rev C, 1994, 49: 2472. DOI: 10.1103/PhysRevC.49.2472.

[12] SUGAHARA Y, TOKI H. Progress of Theoretical Physics, 1994, 92(4): 803. DOI: 10.1143/ptp/92.4.803.

[13] LONG W H, SUN B Y, HAGINO K, et al. Phys Rev C, 2012, 85: 025806. DOI: 10.1103/PhysRevC.85.025806.

[14] SUN T T, HIYAMA E, SAGAWA H, et al. Phys Rev C, 2016, 94: 064319. DOI: 10.1103/PhysRevC.94.064319.

[15] XIA H J, MEI H, YAO J M. Sci China-Phys Mech Astron, 2017, 60: 102021. DOI: 10.1007/s11433-017-9048-2.

[16] RONG Y T, TU Z H, ZHOU S G. Phys Rev C, 2021, 104: 054321. DOI: 10.1103/PhysRevC.104.054321.

[17] KOHRI H, AJIMURA S, HAYAKAWA H, et al. Phys Rev C, 2002, 65: 034607. DOI: 10.1103/PhysRevC.65.034607.

[18] MOTOBA T, LANSKOY D E, MILLENER D J, et al. Nuclear Physics A, 2008, 804(1): 99. DOI: https://doi.org/10.1016/j.nuclphysa.2008.01.026.

[19] JENNINGS B K. Phys Lett B, 1990, 246(3): 325. DOI: https://doi.org/10.1016/0370-2693(90)90607-8.

[20] BROCKMANN R, TOKI H. Phys Rev Lett, 1992, 68: 3408. DOI: 10.1103/PhysRevLett.68.3408.

[21] WEI B, ZHAO Q, WANG Z H, et al. Chin Phys C, 2020, 44(7): 074107. DOI: 10.1088/1674-1137/44/7/074107.

[22] LONG W H, Van Giai N, MENG J. Phys Lett B, 2006, 640(4): 150. DOI: https://doi.org/10.1016/j.physletb.2006.07.064.

[23] GENG J, XIANG J, SUN B Y, et al. Phys Rev C, 2020, 101: 064302. DOI: 10.1103/PhysRevC.101.064302.
[24] JIANG L J, YANG S, SUN B Y, et al. Phys Rev C, 2015, 91: 034326. DOI: 10.1103/PhysRevC.91.034326.
[25] ZONG Y Y, SUN B Y. Chin Phys C, 2018, 42(2): 024101. DOI: 10.1088/1674-1137/42/2/024101.
[26] WANG Z H, ZHAO Q, LIANG H Z, et al. Phys Rev C, 2018, 98: 034313. DOI: 10.1103/PhysRevC.98.034313.
[27] LONG W H, NAKATSUKASA T, SAGAWA H, et al. Phys Lett B, 2009, 680(5): 428. DOI: https://doi.org/10.1016/j.physletb.2009.09.034.
[28] LI J J, MARGUERON J, LONG W H, et al. Phys Lett B, 2016, 753: 97. DOI: https://doi.org/10.1016/j.physletb.2015.12.004.
[29] LIANG H Z, VAN GIAI N, MENG J. Phys Rev Lett, 2008, 101: 122502. DOI: 10.1103/PhysRevLett.101.122502.
[30] NIU Z M, NIU Y F, LIANG H Z, et al. Phys Rev C, 2017, 95: 044301. DOI: 10.1103/PhysRevC.95.044301.
[31] LONG W H, RING P, GIAI N V, et al. Phys Rev C, 2010, 81: 024308. DOI: 10.1103/PhysRevC.81.024308.
[32] SUN B Y, LONG W H, MENG J, et al. Phys Rev C, 2008, 78: 065805. DOI: 10.1103/PhysRevC.78.065805.
[33] LI A, HU J N, SHANG X L, et al. Phys Rev C, 2016, 93: 015803. DOI: 10.1103/PhysRevC.93.015803.
[34] GENG J, LI J J, LONG W H, et al. Phys Rev C, 2019, 100: 051301. DOI: 10.1103/PhysRevC.100.051301.
[35] LIU J, NIU Y F, LONG W H. Phys Lett B, 2020, 806: 135524. DOI: https://doi.org/10.1016/j.physletb.2020.135524.
[36] YANG S, SUN X D, GENG J, et al. Phys Rev C, 2021, 103: 014304. DOI: 10.1103/PhysRevC.103.014304.
[37] XIA C J, SUN B Y, MARUYAMA T, et al. Phys Rev C, 2022, 105: 045803. https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevC.105.045803.
[38] DING S Y, QIAN Z, SUN B Y, et al. Phys Rev C, 2022, 106: 054311. DOI: 10.1103/PhysRevC.106.054311.
[39] SUN X D, MIAO Z Q, SUN B Y, et al. The Astrophysical Journal, 2023, 942(1): 55. DOI: 10.3847/1538-4357/ac9d9a.
[40] WANG X S, SANG H Y, WANG J H, et al. Communications in Theoretical Physics, 2013, 60(4): 479. DOI: 10.1088/0253-6102/60/4/16.
[41] LONG W H, SAGAWA H, MENG J, et al. Phys Lett B, 2006, 639(3): 242. DOI: https://doi.org/10.1016/j.physletb.2006.05.065.

Hypernuclear Structure in $^{16}_{\Lambda}$O and Its Dependence on Hyperon's Coupling Strengths with the Relativistic Hartree-Fock Theory

Shi Yuan Ding[1, 2], Wei Yang[1, 2], Zhao Jing Chen[1, 2], Bao Yuan Sun[1, 2]

(*1. MOE Frontiers Science Center for Rare Isotopes, Lanzhou University, Lanzhou 730000, China;*
2. School of Nuclear Science and Technology, Lanzhou University, Lanzhou 730000, China)

Abstract: The research in hypernuclear physics provides crucial information for uncovering the characteristics of baryon-baryon interactions in the nuclear medium and understanding the internal structure of atomic nuclei and neutron stars. Based on the density-dependent relativistic Hartree-Fock (RHF) theory, the ΛN effective interaction in the model is obtained by fitting experimental data of hyperon separation energies for single-Λ hypernuclei. The inclusion of the Fock term alters the dynamic equilibrium of the effective nuclear force in the hyperon channel, resulting in a meson-hyperon coupling strength that differs from the relativistic mean-field model and influences the description of hyperon spin-orbit splitting. Considering the uncertainty in the values of the effective nuclear force within the model, further research is conducted to explore the dependence of hypernuclear bulk and single-particle properties on the hyperon coupling strength, aiming to identify possible ways to constrain its range of values. Taking the $^{16}_{\Lambda}$O hypernucleus as an example, the effects of the nuclear medium and Fock terms are systematically analyzed by adjusting the hyperon coupling strength in the isoscalar channel within the hypernuclear energy functional. The results suggest a possible linear relationship between the ratio of hyperon coupling strength and quantities such as hyperon spin-orbit splitting, Dirac effective mass, and hypernuclear characteristic radius. Therefore, by constraining these quantities through experimental or theoretical means, it is possible to impose stronger limitations on the effective nuclear force associated with hyperons in the nuclear medium.

Key words: Single-Λ hypernuclei; Hyperon-nucleon interaction; Covariant density functional; Fock terms

Received date: **Revised date:**

Foundation item: Fundamental Research Funds for the Central Universities (lzujbky-2022-sp02, lzujbky-2023-stlt01); National Natural Science Foundation of China (11875152, 12275111); Strategic Priority Research Program of Chinese Academy of Sciences (XDB34000000)

Corresponding author: Bao Yuan Sun, E-mail: sunby@lzu.edu.cn